**Problème 534 – 2 sans 3**

**Niveaux : Seconde**

**Chapitres : Systèmes d’équations, Arithmétique**

**Inédit, publié le 23/05/2025**



Avoir deux cartes d’une même couleur c’est bien ; mais en avoir trois l’est beaucoup moins. Tel est le fondement principal du jeu « 2 sans 3 », petit jeu d’ambiance dans la même veine que « 6 qui prend » ou « Skyjo ». Simple, et sympathique, l’objectif du jeu est de cumuler des cartes réparties en 7 familles de couleurs : on gagne des points tant qu’on a, dans une même famille, une ou deux cartes ; mais on en perd dès qu’on en a trois. Voyons ce que cela signifie sur la manière de compter les points, sans qu’il ne soit nécessaire de savoir jouer.

Prenons l’exemple de 4 ami(e)s, Axel, Bibi, Cédric et Danya, qui font une partie. A la fin du jeu , ils et elles comptent leurs points selon le système suivant(\*) :

* Dans chaque famille où il n’y a qu’une carte (un « singleton »), on compte 1 point.
* Dans chaque famille où il y a exactement deux cartes (une « paire »), on compte 5 points.
* Tout le long de la partie, à chaque fois que dans une même famille, 3 cartes étaient obtenues, elles étaient groupées et immédiatement retournées : ces cartes retournées à la fin du jeu font perdre 1 point par carte retournée.

1) Axel compte ses cartes et note qu’il a 4 familles avec un singleton, 3 familles avec une paire et a 3 cartes retournées. Calculer son score.

2) Bibi compte un score de 17 points, dont 3 singletons et 6 cartes retournées. Combien a-t-elle de paires ?

3) Cédric a cumulé au total 12 cartes, dont 3 retournées. Au total il compte 12 points. Combien a-t-il de singletons et de paires ?

4) Pour Danya, on appelle son nombre de singletons, son nombre de paires, le nombre de cartes qu’elle a cumulées (retournées ou pas) et son nombre de points. On sait que Danya a eu 3 cartes retournées.

1. Exprimer et en fonction de et
2. On suppose de plus que Danya a, dans chacune des 7 familles de couleurs, un singleton ou une paire. Déterminer une expression de et de en fonction de
3. Sachant que est forcément un entier (dont on donnera un encadrement), en déduire tous les couples possibles ( de Danya.

5) On considère maintenant un joueur ou une joueuse de manière générale, en utilisant les mêmes notations que pour Danya à la question 4) et en notant son nombre de cartes retournées.

a) Montrer qu’étant données les règles du jeu, est un multiple de 3.

b) En déduire que la différence est toujours un multiple de 3.

*(\*) Pour ceux qui connaissent le jeu : on ignorera pour ce problème les autres cartes bonus existantes.*